

CHAPITRE 01 : REVISION DE LA STATIQUE

I - REVISIONS DE TRIGONOMETRIE.

- 1) Rappels de trigonométrie.
- 2) Exercices d'application.

II - FORCE - MOMENT - TORSEUR.

- 1) Force.
- 2) Moment.
- 3) Torseur.
- 4) Exercices d'application.

III - ACTIONS MECANIQUES.

- 1) Définitions.
- 2) Deux sortes d'actions mécaniques.
- 3) Actions intérieures et actions extérieures : un exemple.
- 4) Principales actions de liaison en Génie civil dans le plan.

IV - PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE.

- 1) Quatre étapes fondamentales.
- 2) Résolution analytique.
- 3) Résolution graphique.
- 4) Exercices d'application.

I - REVISIONS DE TRIGONOMETRIE

1) Rappels de trigonométrie.

1-1) Relations dans un triangle rectangle :

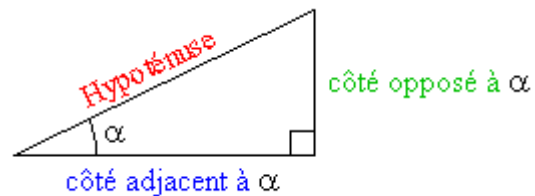
Soit ABC un triangle rectangle en A.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté adjacent à } \alpha}$$



© Euclid'

Remarque :

Il existe un moyen mnémotechnique afin de retrouver ces relations : **Soh Cah Toa**
Avec :

SOH (Sinus, Opposé, Hypoténuse) **CAH** (Cosinus, Adjacent Hypoténuse,) **TOA**,
(Tangente Opposé Adjacent)

1-2) Relations dans un triangle quelconque :

Soit ABC un triangle quelconque. Il existe les relations suivantes :

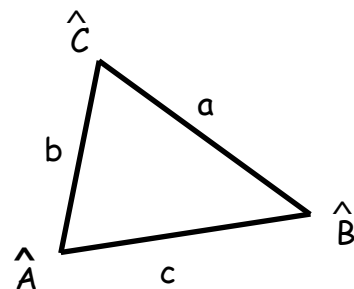
$$A + B + C = 180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos \hat{A}$$

$$b^2 = \text{avec permutation}$$

$$c^2 = \text{avec permutaion}$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



1-3) Applications :

Exercice N°1 :

Pour les triangles suivants, calculez les valeurs manquantes des angles et des côtés :

Triangle 1	Triangle 2
$\hat{A} = 65^\circ$ $\hat{B} = 38^\circ$ $a = 13,00 \text{ m}$ <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	$\hat{A} = 1,26 \text{ rad}$ $c = 25,00 \text{ m}$ $b = 43,00 \text{ m}$ <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>
Calculs pour le triangle 1	Calculs pour le triangle 2

Exercice N°2 :

Etude d'une toiture pour hangar dont la structure porteuse est réalisée par des fermettes bois symétriques.

Calculez les valeurs manquantes des angles et des mesures des barres.

$$\hat{A} = 30^\circ$$

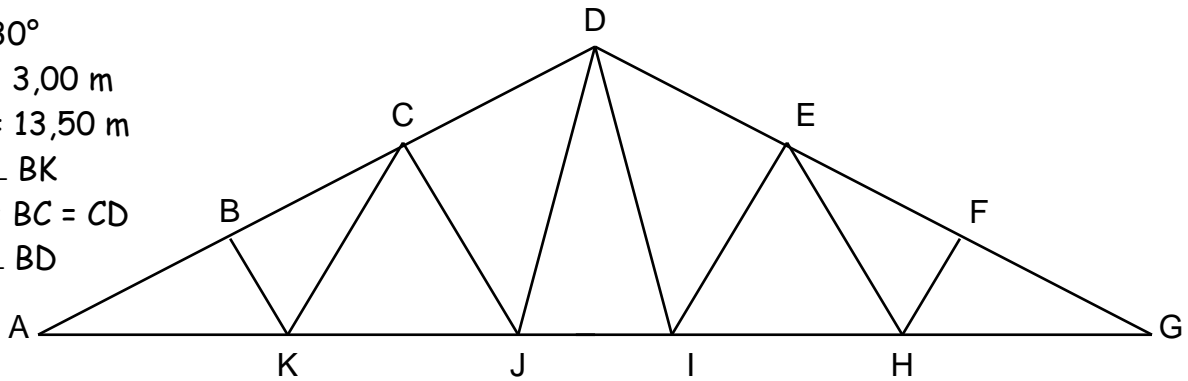
$$AK = 3,00 \text{ m}$$

$$AG = 13,50 \text{ m}$$

$$AB \perp BK$$

$$AB = BC = CD$$

$$CJ \perp BD$$



Calculs :

II - FORCE - MOMENT - TORSEUR

1) Force :

Une force est une action mécanique modélisée par un vecteur force : 

Une force est définie par : -
-
-
-

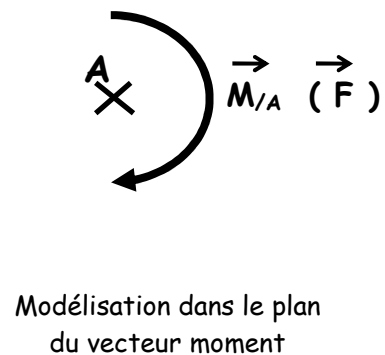
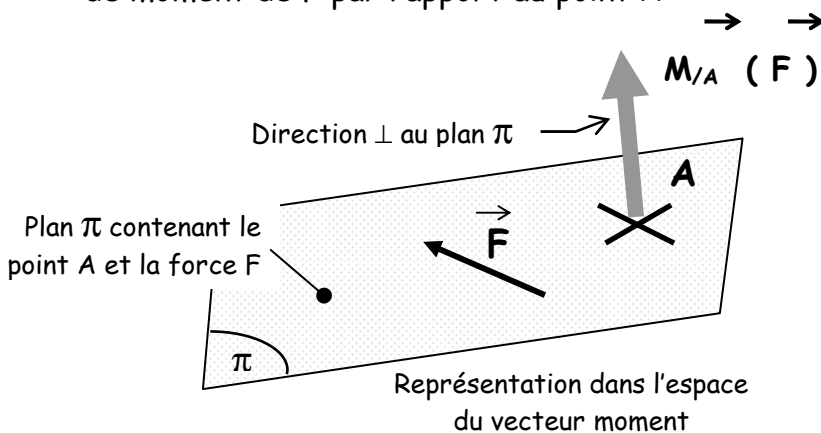
Notation du vecteur force et de ces composantes : $\vec{F} \begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases}$

Calcul de l'intensité de la force : $\|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

L'unité de force est :

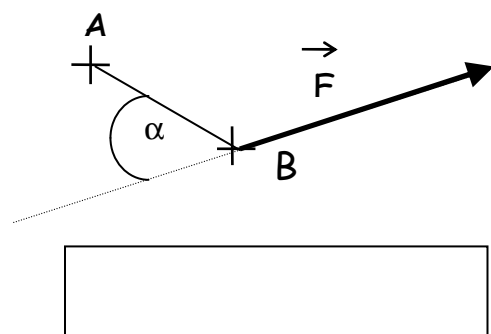
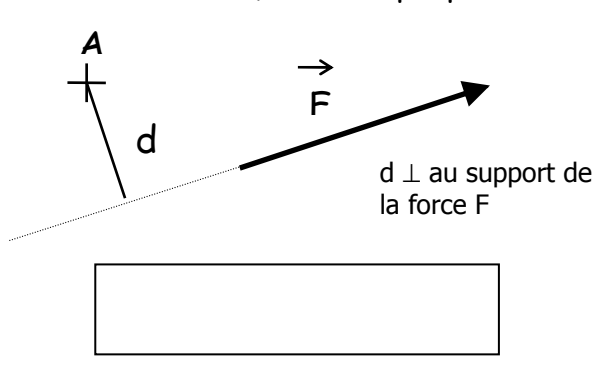
2) Moment :

Un moment est une action mécanique modélisée par un vecteur moment (voir ci-dessous).
Ce vecteur est perpendiculaire au plan formé par la force F et le point A. Ainsi on parle de moment de F par rapport au point A :

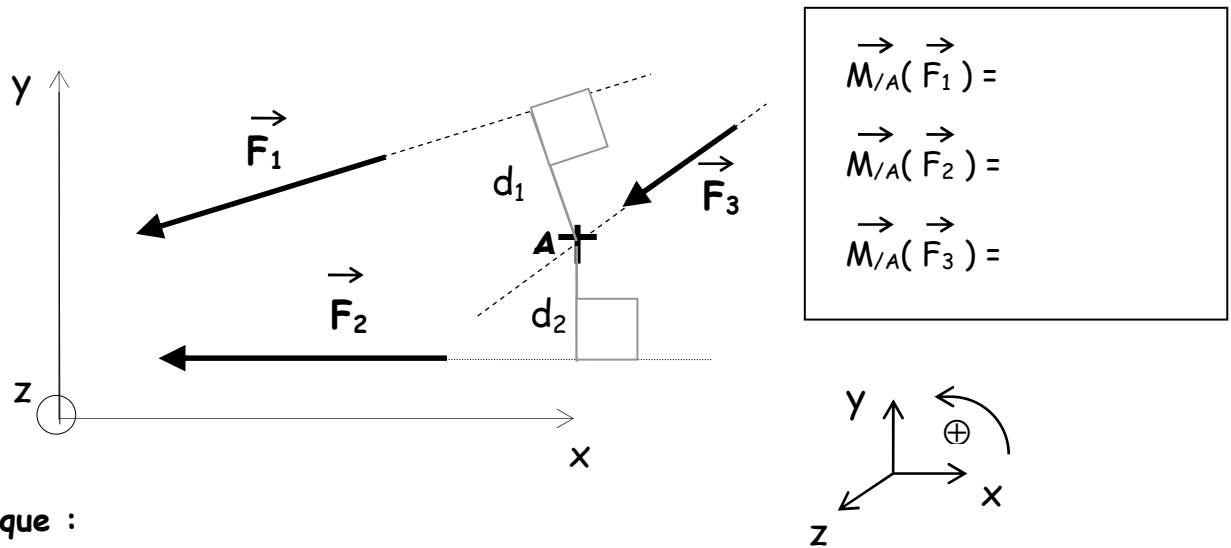


L'unité du moment est :

Le moment de la force F par rapport au point A est égal au produit de la norme de F par le bras de levier d (distance perpendiculaire du point A au support de la force F) :



Le choix d'un repère permet de définir un sens positif et un sens négatif.



Remarque :

Le moment d'une somme de forces est égal à la somme des moments de chaque force :

- $\vec{M}_{/A}(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) =$

3) Torseur :

Un torseur est une présentation d'écriture de l'ensemble de ces deux vecteurs : la force et le moment.

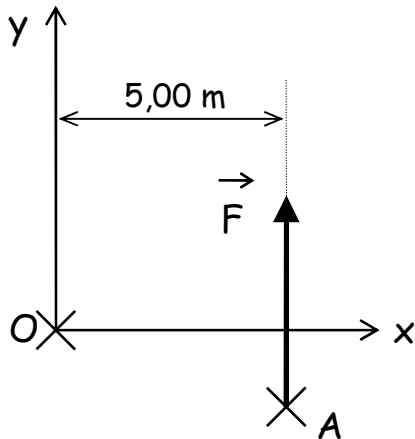
$$\left\{ \begin{matrix} \vec{F} \\ \vec{M}_{/A} \end{matrix} \right\}_{/A} = \left\{ \begin{matrix} \vec{F} \\ \vec{M}_{/A} \end{matrix} \right\}_{/A} = \left\{ \begin{matrix} F_x & M_{Ax} \\ F_y & M_{Ay} \\ F_z & M_{Az} \end{matrix} \right\}_{/A}$$

\vec{F} et $\vec{M}_{/A}$ sont les éléments de réduction
 $F_x, F_y, F_z, M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}$ sont les composantes

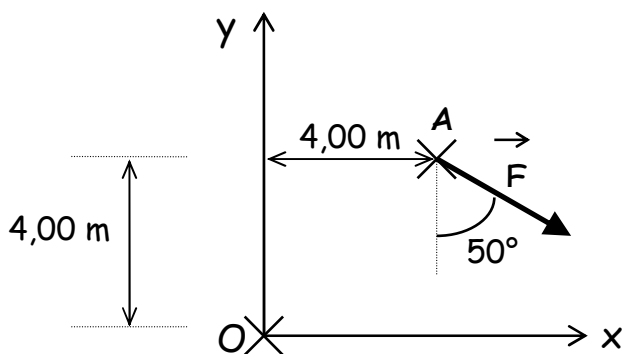
4) Exercices d'application :

Ecrivez les torseurs des actions mécaniques en A et en O pour les 3 exercices suivants :

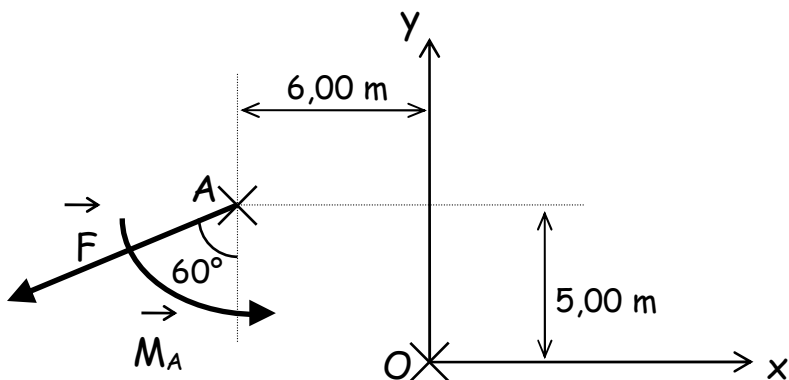
Exercice N°1 : $F = 2 \text{ kN}$.



Exercice N°2 : $F = 2 \text{ kN}$.



Exercice N°3 : $F = 2 \text{ kN}$; $M_A = 2 \text{ kN.m}$.



III - ACTIONS MECANIQUES

1) Définition :

On appelle action mécanique toute cause susceptible de :

- créer ou modifier un mouvement,
- maintenir un corps au repos,
- déformer un corps.

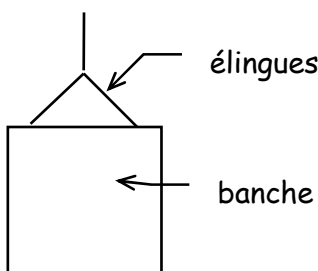
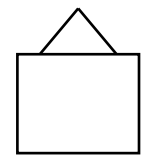
2) Deux sortes d'actions mécaniques :

- les actions à distance (poids, électromagnétique, électrostatique),
- les actions de contact et de liaison.

3) Actions intérieures et actions extérieures :

⇒ Une action **intérieure** est une action exercée par un élément du système matériel choisi sur un autre élément du même système.

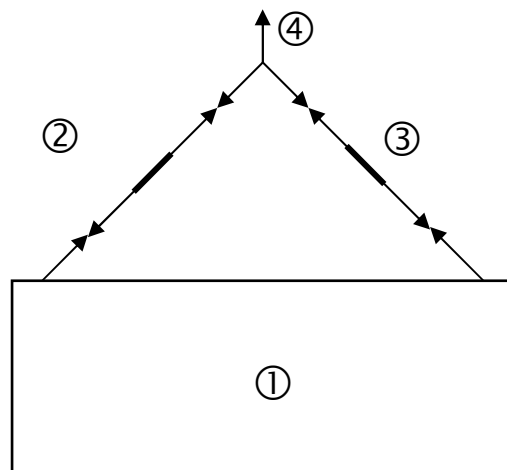
⇒ Une action **extérieure** est une action exercée par le milieu extérieur sur le système matériel choisi. **Attention, le poids propre est une action extérieure !**

<p>Exemple :</p> 	<p>Cas n°1 : système isolé = banche seule. \vec{F}_1, \vec{F}_2 et \vec{P} sont des actions mécaniques extérieures.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin-left: auto; margin-right: auto;"></div>
<p>Cas n°2 : système isolé = banche + élingues. \vec{F}_1 et \vec{F}_2 sont devenues des actions mécaniques intérieures, \vec{F} et \vec{P} sont des actions extérieures.</p> 	<div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin-left: auto; margin-right: auto;"></div>

Remarque : pour toute action de liaison, il existe une action réciproque ; en effet l'action du solide 1 sur le solide 2 est directement opposée à l'action du solide 2 sur le solide 1.

C'est le principe des actions mutuelles :

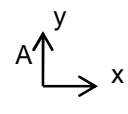
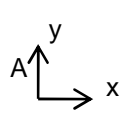
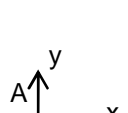
$$\left\{ \tau_{1 \rightarrow 2} \right\}_A + \left\{ \tau_{2 \rightarrow 1} \right\}_A = 0$$



4) Principales actions de liaison en Génie Civil dans le plan :

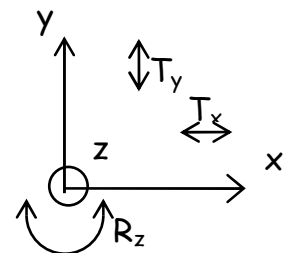
Remarque : dans un plan il n'y a que 3 actions mécaniques.

$$\left\{ \begin{matrix} \tau \\ \end{matrix} \right\} /A = \left\{ \begin{matrix} F_x & 0 \\ F_y & 0 \\ 0 & M_{Az} \end{matrix} \right\} /A$$

Liaisons	Modélisation	Schématisation	Degrés de liberté ®		Inconnues de liaison	Ecriture torseur de la liaison
Appui simple			x	T	R	
Articulation			x	T	R	
Encastrement			x	T	R	

T = translation et R = rotation

® les mobilités entre 2 pièces appelées « degrés de liberté », dans le plan il n'y a que 3 degrés de liberté : T_x , T_y et R_z



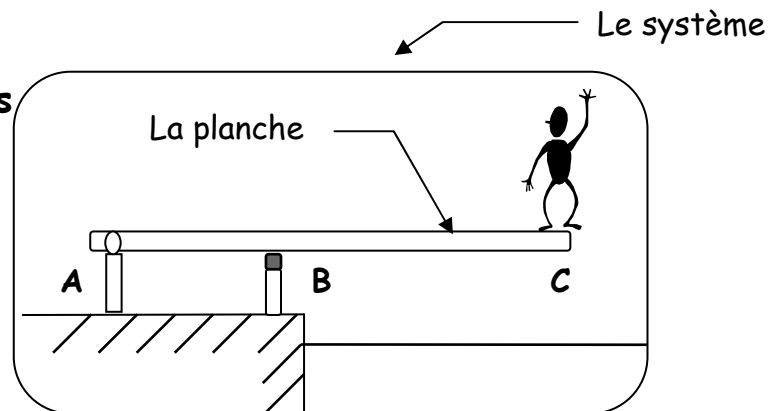
IV - PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE :

Énoncé :

1) Quatre étapes fondamentales

Étude d'un plongeur de piscine :

La planche est articulée en A et repose sur un appui en B. Un plongeur se trouve en C.



Objectif : déterminer complètement les actions mécaniques qui s'exercent sur la planche du plongeur.

Étape	Objectif	Résultat
1	Isoler la planche : <ul style="list-style-type: none"> • extraire la planche du système • mettre en place le repère • repérer toutes les zones de contact entre la planche et les autres solides du système 	
2	Faire le bilan de toutes les actions agissant sur la planche: <p><i>a) les actions connues (en vert)</i> action de contact : poids du plongeur F action à distance : poids de la planche P</p> <p><i>b) les inconnues de liaisons (en rouge)</i> inconnues de liaison : A_x, A_y, et B_y</p>	Schéma mécanique du solide étudié
3	Appliquer le principe fondamental de la statique : Résoudre graphiquement ou analytiquement en choisissant la méthode la plus performante.	
4	Faire le schéma récapitulatif de l'étude. On dessine la planche isolée avec toutes les actions qui sont maintenant connues (et donc dessinées en vert) en précisant leur intensité.	

2) Résolution analytique :

Application du Principe Fondamental de la statique : « un système est en équilibre si et seulement si le torseur des forces appliquées au système est nul en tout point ».

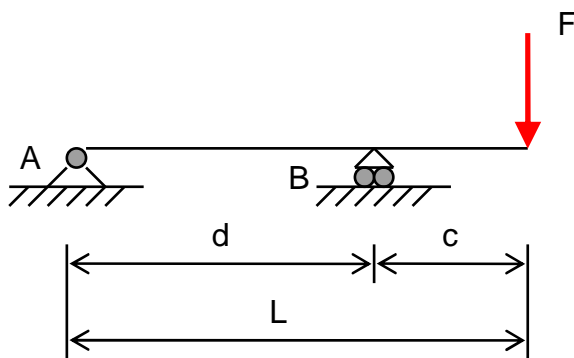
Ecriture torseur	Ecriture scalaire
$\{0\} = \left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ 0 = \Sigma M_z \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} (1) \Sigma F_x = 0 \\ (2) \Sigma F_y = 0 \\ (3) \Sigma M_z = 0 \end{array}$

3) Résolution graphique :

La résolution graphique des problèmes de statique sera vue dans un prochain chapitre.

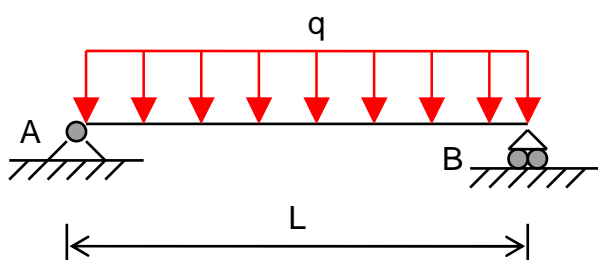
4) Exercices d'application :

Pour les exercices suivants déterminez les actions aux liaisons extérieures.

Exercice N°1 (N°5 du fichier de poutres) :

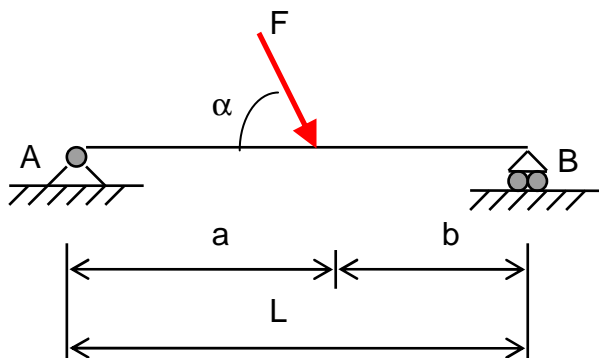
Données :

$$\begin{array}{l} F = 10 \text{ kN} \\ L = 5,00 \text{ m} \\ d = 4,00 \text{ m} \\ c = 1,00 \text{ m} \end{array}$$

Exercice N°2 (N°6 du fichier de poutres) :

Données :

$$\begin{array}{l} q = 2 \text{ kN/m} \\ L = 5,00 \text{ m} \end{array}$$

Exercice N°3 (N°2 du fichier de poutres) :Données :

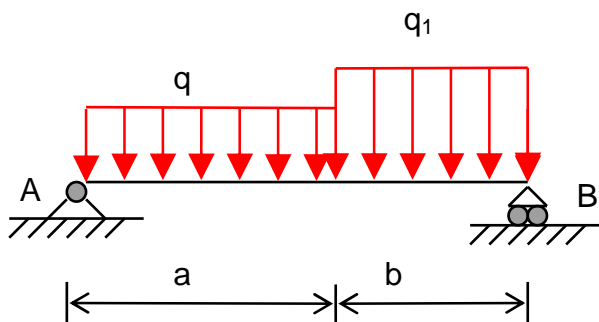
$$F = 10 \text{ kN}$$

$$L = 5,00 \text{ m}$$

$$a = 3,00 \text{ m}$$

$$b = 2,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Exercice N°4 (N°17 du fichier de poutres) :Données :

$$q_1 = 3 \text{ kN/m}$$

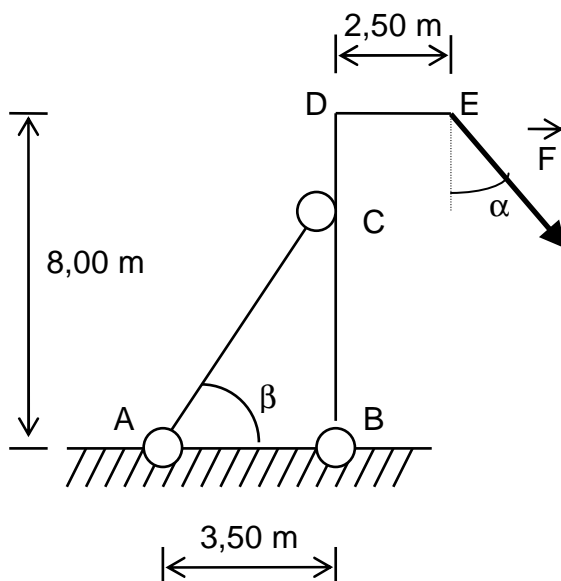
$$q = 2 \text{ kN/m}$$

$$a = 3,00 \text{ m}$$

$$b = 2,00 \text{ m}$$

Exercice N°5 :

Afin de charger certains wagons, la S.N.C.F. utilise des potences métalliques dont la définition est la suivante :

Données :

$$F = 3,50 \text{ kN}$$

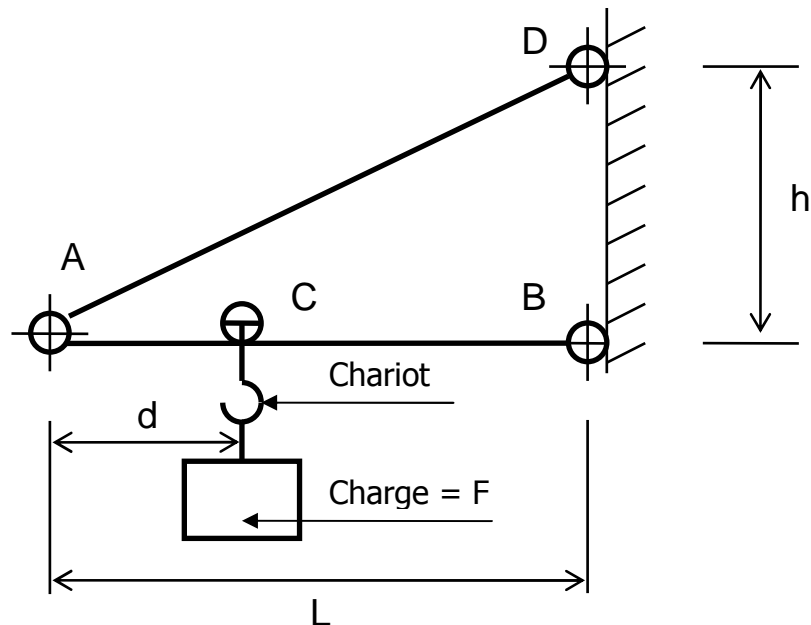
$$\alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

Calculez les actions de liaison extérieures.

Exercice N°6

Il s'agit d'une potence de poids négligé qui supporte une charge accrochée au chariot. Les liaisons en A, B et D sont des liaisons pivot d'axe z. On se ramène à problème dans le plan.



Calculez les actions de liaison extérieures de la potence.

Réalisez un schéma récapitulatif.

Données : $L = 3,00$ m
 $d = 1,00$ m
 $h = 2,00$ m
 $F = 4,00$ kN